

Erzeuge mit Hilfe der mathematischen Umgebung die folgenden Formeln.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \sqrt{ax^2 + bx + c} + \frac{b}{2} \cdot \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \ln |2\sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax + b| & \text{für } a > 0 \\ \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \operatorname{arsinh} \left(\frac{2ax+b}{\sqrt{\Delta}} \right) & \text{für } a > 0, \Delta > 0 \\ \frac{1}{-\sqrt{|a|}} \cdot \arcsin \left(\frac{2ax+b}{\sqrt{|\Delta|}} \right) & \text{für } a < 0, \Delta < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Sowie:

$$\int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx = \frac{2ax + b}{4a} \sqrt{ax^2 + bx + c} + \frac{\Delta}{8a} \cdot \underbrace{\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}}_{\text{siehe (1)}} \quad (2)$$

Lösung:

```
\begin{eqnarray}
\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = \sqrt{ax^2+bx+c} + \frac{b}{2} \cdot
\left\{
\begin{array}{l}
\frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \ln \left| 2\sqrt{a}\sqrt{ax^2+bx+c} + 2ax+b \right| \\
& \text{\mbox{für } } a > 0 \text{ \ } \\
\frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \text{\mbox{arsinh}} \left( \frac{2ax+b}{\sqrt{\Delta}} \right) \\
& \text{\mbox{für } } a > 0, \Delta > 0 \text{ \ } \\
\frac{1}{-\sqrt{|a|}} \cdot \arcsin \left( \frac{2ax+b}{\sqrt{|\Delta|}} \right) \\
& \text{\mbox{für } } a < 0, \Delta < 0 \text{ \ }
\end{array}
\right.
\end{eqnarray}
\right.
\end{eqnarray}
Sowie:
\begin{eqnarray}
\int \sqrt{ax^2+bx+c} dx
= \frac{2ax+b}{4a} \sqrt{ax^2+bx+c}
+ \frac{\Delta}{8a} \cdot
\underbrace{\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}}_{\text{\mbox{siehe}\: (1)}}
\end{eqnarray}
```